

Chapitre 5 : Fonctions (Généralités)

Table des matières

I.	Notion de fonction.....	1
A.	Définition d’une fonction.....	1
✓	Exemple	1
B.	Notation.....	1
✓	Exemple	1
II.	Représentation graphique d’une fonction	1
A.	Définition de la représentation graphique d’une fonction	1
B.	Propriété d’un point appartenant à la courbe représentative d’une fonction	1
✓	Exercice-type 1.....	1
III.	Notion d’image et d’antécédents	3
A.	Définitions de l’image et de l’antécédent d’un nombre.....	3
✓	Exercice-type 2.....	3
B.	Remarques.....	3
✓	Exercice-type 3.....	3
IV.	Trois méthodes pour déterminer l’image et les antécédents d’un nombre	4
A.	A l’aide d’un tableau de valeurs	4
✓	Exercice-type 4.....	4
B.	A l’aide de la représentation graphique	4
✓	Exercice-type 5.....	4
C.	A l’aide de l’expression algébrique de la fonction.....	2
D.	Remarque	2
✓	Exercice-type 6.....	2

Chapitre 5 : Fonctions (Généralités)

I. Notion de fonction

A. Définition d'une fonction

- Une **fonction** est une relation mathématique qui, à un élément, associe un unique élément.
- Au collège, on se limitera aux fonctions qui, à un nombre, associent un unique nombre.

✓ Exemple

Appelons f la fonction qui, à la longueur d'un côté d'un carré, associe l'aire de ce carré.



La fonction f associe, au nombre 5, le nombre 5×5 , c'est-à-dire 25.

Plus généralement, elle associe au nombre x , le nombre $x \times x$, c'est-à-dire x^2 .

B. Notation

Pour une fonction f , on utilise la notation $f: x \mapsto f(x)$ qui se lit « f est la fonction qui, à x , associe le nombre f de x ».

✓ Exemple

Pour la fonction de l'exemple précédent, on note $f: x \mapsto x^2$ ou encore $f(x) = x^2$.

On le lit « f est la fonction qui, à x , associe le nombre x^2 » ou encore « f de x est égal à x^2 ».

(Expression algébrique de la fonction f)

II. Représentation graphique d'une fonction

A. Définition de la représentation graphique d'une fonction

On appelle **représentation graphique** ou **courbe représentative** d'une fonction f l'ensemble des points M de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère. On la note $\mathcal{C}_f$.

B. Propriété d'un point appartenant à la courbe représentative d'une fonction

- Si un point $M(x; y)$ appartient à la courbe d'une fonction f , alors les coordonnées x et y de ce point vérifient l'équation $y = f(x)$.
- Réciproquement, si $y = f(x)$, alors le point $M(x; y)$ appartient à la courbe de la fonction f .

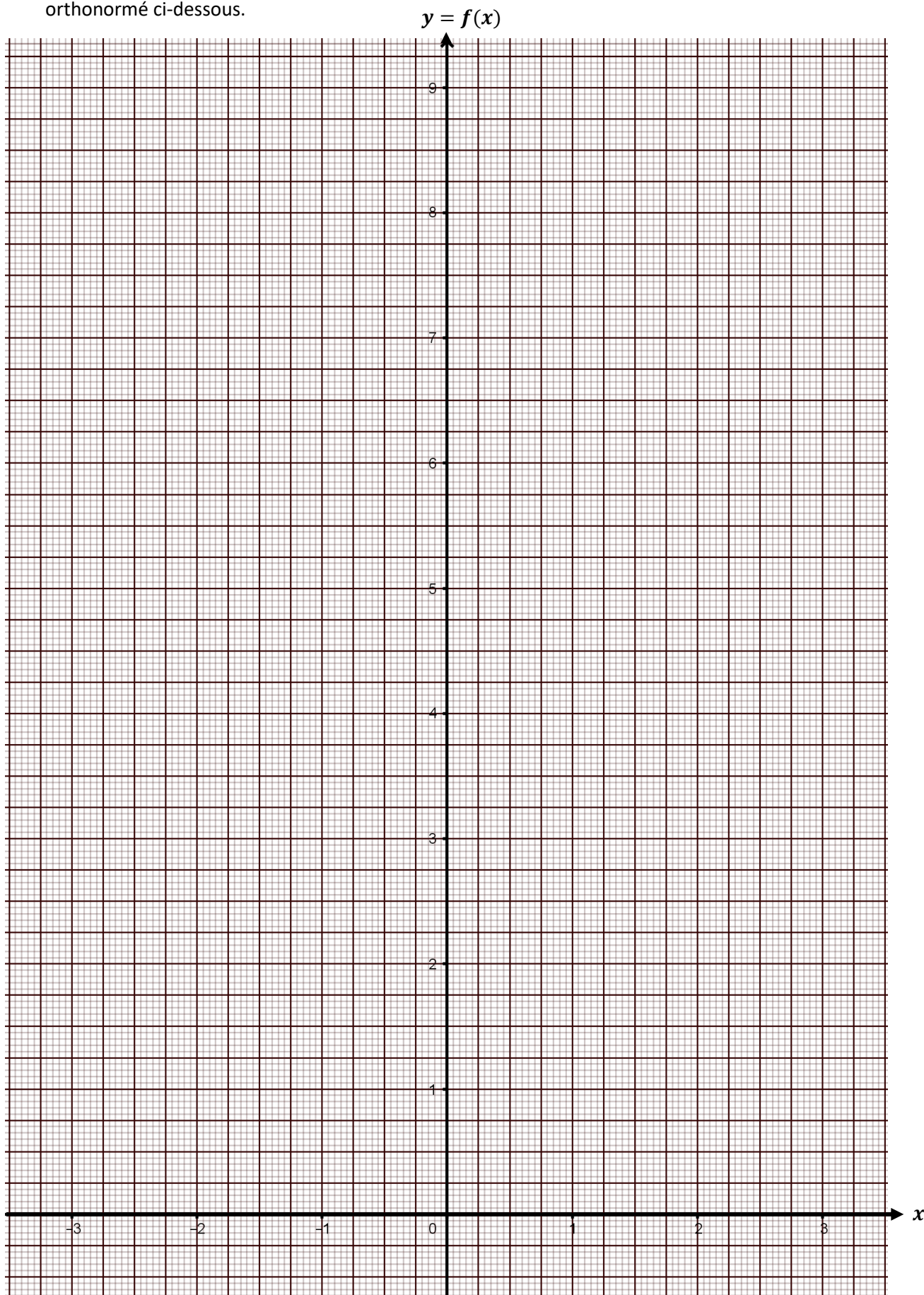
✓ Exercice-type 1

Voici quelques valeurs prises par la fonction f qui à un nombre x associe son carré x^2 . On les présente dans un tableau de valeurs.

1. Calculer la valeur de x^2 pour chacune des valeurs de x du tableau ci-dessous.

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x) = x^2$															

2. A l'aide du tableau de valeurs complété, tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère orthonormé ci-dessous.



3. Compléter les phrases suivantes :

Comme le point $M(3 ; 9)$ appartient à la courbe de la fonction f , alors

Comme $f(-2) = 4$, alors le point $M'(\dots ; \dots)$

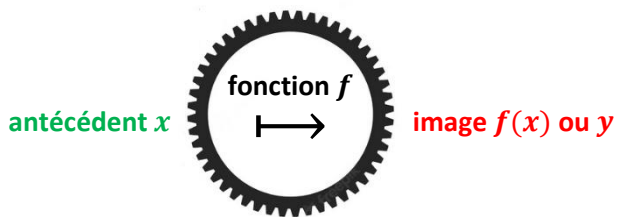
III. Notion d'image et d'antécédents

A. Définitions de l'image et de l'antécédent d'un nombre

Soit f une fonction qui, au nombre x , associe le nombre y . Ce qui peut se noter $f(x) = y$.

On dit alors que :

- y est **l'image** de x par f .
- x est **un antécédent** de y par f .



✓ Exercice-type 2

Prenons la fonction f qui, à tout nombre x , associe **son carré**. On peut définir cette fonction en écrivant l'égalité $f(x) = x^2$ qui peut se traduire par « l'image de x par la fonction f est égale à x^2 ».

Le carré de **3** est égal à **9**. On note $f(3) = 9$.

1. Traduis l'égalité $f(3) = 9$ par une phrase en utilisant le mot « **image** ».

.....

2. Traduis l'égalité $f(3) = 9$ par une phrase en utilisant le mot « **antécédent** ».

.....

3. Traduis la phrase « L'image de 4 par la fonction f est 16 » par une égalité de la forme $f(\dots) = \dots$

.....

4. Traduis la phrase « 9 est un antécédent de -3 par la fonction f » par une égalité de la forme $f(\dots) = \dots$

.....

B. Remarques



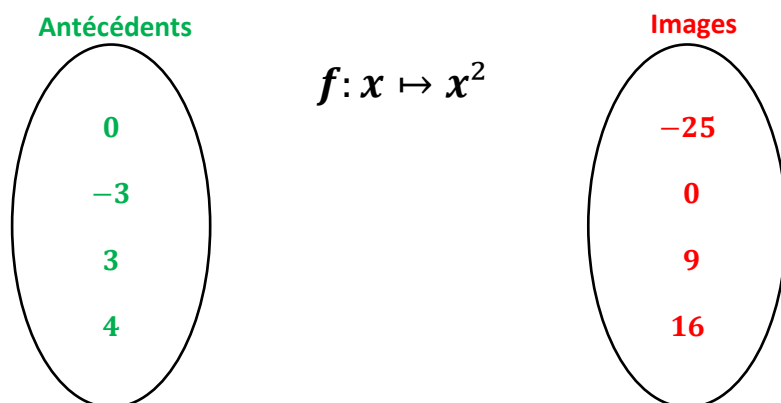
- Un nombre x a **une unique image** par une fonction (il ne peut pas en avoir plusieurs).
- Un nombre y peut avoir **aucun antécédent, un seul antécédent ou plusieurs antécédents**.

✓ Exercice-type 3

{ Expression algébrique de la fonction f }

Reprenons la fonction f qui, à tout nombre x , associe **son carré**, c'est-à-dire telle que $f(x) = x^2$.

- Le nombre **4** a **une unique image** par la fonction f . En effet, le carré de **4** ne peut être égal à deux valeurs différentes. $f(4) = 4^2 = 16$. **Un nombre a toujours une unique image par une fonction.**
- Le nombre **0** a **un seul antécédent 0** par la fonction f car le seul nombre dont le carré est égal à **0** est **0** : $f(0) = (0)^2 = 0$. Il n'en existe aucun autre.
- Le nombre **9** a **deux antécédents** par la fonction f , les nombres **-3** et **3**.
En effet, $f(3) = 3^2 = 9$ et $f(-3) = (-3)^2 = 9$.
- Le nombre **-25** n'a **aucun antécédent** par la fonction f . Le carré d'un nombre ne peut être négatif.



IV. Trois méthodes pour déterminer l'image et les antécédents d'un nombre

A. A l'aide d'un tableau de valeurs

Les images respectives de certaines valeurs de x par la fonction f peuvent être présentées dans un tableau appelé **tableau de valeurs**.

✓ Exercice-type 4

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction $f: x \mapsto x^2 - 4$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5

La 2^e ligne du tableau donne les images des nombres de la 1^{ère} ligne du tableau par la fonction f .

- Déterminer l'image de 0 par la fonction f . Ecrire l'égalité correspondante.
- Déterminer le(s) antécédent(s) de 5 par la fonction f . Ecrire les égalités correspondantes.

1. On cherche 0 sur la 1^{ère} ligne, et on lit son **image** sur la 2^e ligne.

L'image de 0 par la fonction f est -4. On écrit : $f(0) = -4$.

2. On cherche 5 sur la 2^e ligne du tableau et on lit **le(s) antécédent(s)** sur la 1^{ère} ligne.

Les nombres -3 et 3 sont **des antécédents** de 5 par la fonction f . On écrit : **$f(-3) = f(3) = 5$.**

B. A l'aide de la représentation graphique

- Pour déterminer graphiquement **l'image** d'un nombre x par une fonction f , on place x sur l'axe des **abscisses** et on lit **l'ordonnée** du point de la courbe correspondant.
- Pour déterminer graphiquement **les antécédents** d'un nombre y , on place y sur l'axe des **ordonnées** et on lit les **abscisses** des points de la courbe correspondants.

✓ Exercice-type 5

Les graphiques ci-dessous représentent la fonction $f: x \mapsto x^2 - 4$.

- Déterminer graphiquement l'image de 1,5 par la fonction f .
- Déterminer graphiquement le(s) antécédent(s) de -3 par la fonction f .

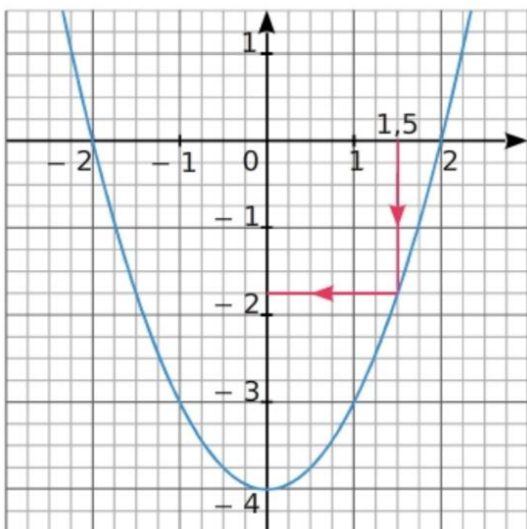
1. On place 1,5 sur l'axe des **abscisses** et on lit **l'ordonnée** du point de la courbe correspondant.

Cette **ordonnée** semble être égale à -1,75.

On peut le vérifier par le calcul :

$$f(1,5) = 1,5^2 - 4 = 2,25 - 4 = -1,75.$$

Donc l'image de 1,5 par f est -1,75.



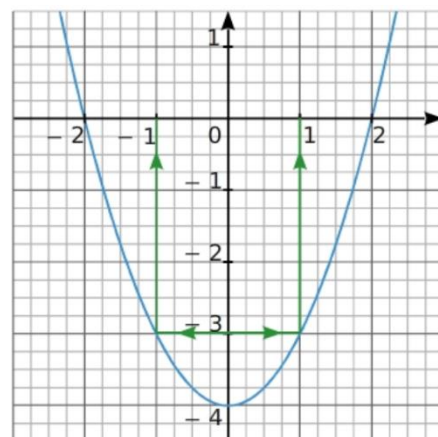
2. On place -3 sur l'axe des **ordonnées** et on lit le(s) **abscisse(s)** du (ou des) point(s) de la courbe correspondants. Deux points ont pour ordonnée -3. Ils semblent avoir pour **abscisse** -1 et 1.

On peut le vérifier par le calcul :

$$f(-1) = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$f(1) = 1^2 - 4 = 1 - 4 = -3.$$

Donc -3 admet -1 et 1 pour antécédents.



C. A l'aide de l'expression algébrique de la fonction

- Pour déterminer **l'image** d'un nombre **a** par une fonction f à l'aide de son expression algébrique, on remplace x par **a** dans l'expression puis on calcule cette expression. On obtient alors **$f(a)$** , **l'image** de **a** par f .
- Pour vérifier qu'un nombre **a** est un **antécédent** d'un nombre **b** par une fonction f à l'aide de son expression algébrique, on peut calculer **$f(a)$** puis on vérifie que **$f(a) = b$** .

D. Remarque



Il ne faut pas confondre f et $f(x)$:

- f désigne une **fonction**
- $f(x)$ désigne un **nombre** (pas une fonction) : c'est l'image du nombre x par la fonction f .

✓ Exercice-type 6

Soit f la fonction définie pour tout nombre x par $f(x) = 3x - 1$ ← { Expression algébrique de la fonction f }

1. Calculer **l'image** de **-2** par la fonction f .
2. Vérifier que **2** est un **antécédent** du nombre **5** par la fonction f .

Correction

1. Pour calculer **l'image** de **-2** par la fonction f , on remplace x par **-2** dans l'expression de la fonction :

$$f(-2) = 3 \times (-2) - 1 = -6 - 1 = -7$$

← Pense à réinsérer le signe $\times$ avant de calculer : $3x - 1 = 3 \times x - 1$

L'image de **-2** par la fonction f est **-7**.

2. Pour vérifier que **2** est un **antécédent** du nombre **5** par la fonction f , on calcule **$f(2)$** puis on vérifie que **$f(2) = 5$** :

$$f(2) = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5$$

Le nombre **2** est bien un antécédent de **5** par la fonction f .