

AP4 : Puissances

Table des matières

I. Puissances d'exposants positifs	1
A. Définition	1
B. Cas particuliers.....	1
✓ Exercice-type 1	1
✓ Exercice-type 2	1
C. Propriété	1
✓ Exercice-type 3	1
D. Remarque.....	1
✓ Exercice-type 4	1
II. Puissances d'exposants négatifs	2
A. Définition	2
B. Cas particulier	2
✓ Exercice-type 5	2
C. Propriété	2
✓ Exercice-type 6	2
III. Puissances de 10 et préfixes	2
A. Préfixes des puissances de 10.....	2
✓ Exercice-type 7	2
B. Calculer avec des puissances de 10	3
✓ Exercice-type 8	3
IV. Ecriture scientifique d'un nombre	3
A. Définition	3
B. Remarque.....	3
✓ Exercice-type 9	3

AP4 : Puissances

I. Puissances d'exposants positifs

A. Définition

Soit a un nombre relatif et n un nombre entier avec $n \geq 2$.

Le produit $\overbrace{a \times a \times \dots \times a}^{n \text{ facteurs}}$ de n facteurs égaux à a est une puissance de a et est notée a^n (que l'on lit « a exposant n »).

B. Cas particuliers

- Pour tout nombre a non nul, $a^0 = 1$
- $a^1 = a$
- a^2 et a^3 se lisent également « a au carré » et « a au cube »

✓ Exercice-type 1

Compléter les pointillés :

- Le produit de 5 facteurs égaux à 2 est une puissance de 2 et est notée 2^5 :

$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \text{ et surtout pas } 2 \times 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10 !$$

- Le produit de 4 facteurs égaux à -3 est une puissance de -3 et est notée $(-3)^4$:

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81 \text{ et surtout pas } -3 \times 4 = -12 !$$

✓ Exercice-type 2

Compléter les pointillés :

$$\bullet (-5)^0 = 1 \qquad \bullet 1 = 457^0 \qquad \bullet 824 = 824^1 \qquad \bullet 57^1 = 57$$

C. Propriété

Soit n un nombre entier strictement positif.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

✓ Exercice-type 3

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$$\bullet \text{ Un million : } 10^6 = \underbrace{1\,000\,000}_{6 \text{ zéros}} \qquad \bullet \text{ Un milliard : } 10^9 = \underbrace{1\,000\,000\,000}_{9 \text{ zéros}}$$

2. Exprimer chaque nombre sous forme d'une puissance de 10.

$$\bullet 1 = 10^0 \qquad \bullet \underbrace{10\,000}_{4 \text{ zéros}} = 10^4$$

D. Remarque

Attention au rôle important des parenthèses pour expliciter sur quel nombre porte l'exposant.

✓ Exercice-type 4

Effectuer les calculs suivants en prêtant une attention particulière aux parenthèses.

$$\bullet -3^2 = -3 \times 3 = -9 \quad \text{mais} \quad (-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$\bullet \frac{3^2}{4} = \frac{3 \times 3}{4} = \frac{9}{4} \quad \text{mais} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

II. Puissances d'exposants négatifs

A. Définition

Soit a un nombre relatif et n un nombre entier.

a^{-n} désigne l'inverse de a^n . $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

B. Cas particulier

Pour tout nombre $a \neq 0$, $a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$, donc a^{-1} est une autre écriture de l'inverse de a .

✓ Exercice-type 5

Ecrire sous forme de quotient les nombres suivants.

$$\bullet 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$\bullet (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125}$$

$$\bullet 3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$$

C. Propriété

Soit n un nombre entier strictement positif.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

✓ Exercice-type 6

1. Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$$\bullet \text{ Un millième : } 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \underbrace{0,001}_{3 \text{ zéros}}$$

$$\bullet \text{ Un millionième : } 10^{-6} = \frac{1}{10^6} = \underbrace{0,000001}_{6 \text{ zéros}}$$

2. Exprimer chaque nombre sous forme d'une puissance de 10.

$$\bullet \underbrace{0,001}_{3 \text{ zéros}} = 10^{-3} \quad \bullet \text{ un dixième} = 10^{-1}$$

III. Puissances de 10 et préfixes

A. Préfixes des puissances de 10

Les préfixes du Système international (SI) d'unités simplifient l'écriture et la manipulation des valeurs numériques de grandeurs physiques qui sont beaucoup plus petites ou beaucoup plus grandes que l'unité officielle.

✓ Exercice-type 7

1. Compléter chaque préfixe du tableau suivant avec le symbole et la puissance de 10 qui convient.

Préfixe	téra	giga	méga	kilo	unité	milli	micro	nano	pico
Symbole	T	G	M	k		m	μ	n	p
10^n	10^{12}	10^9	10^6	10^3	$10^0 = 1$	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

2. Compléter chaque préfixe du tableau suivant avec le symbole et la puissance de 10 qui convient.

Préfixe	kilo	hecto	déca	unité	déci	centi	milli
Symbole	k	h	da		d	c	m
10^n	10^3	10^2	10^1	$10^0 = 1$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

B. Calculer avec des puissances de 10

Soit n un nombre entier positif.

- Multiplier un nombre par 10^n , c'est le rendre 10^n fois plus grand.
En pratique, cela revient à décaler les chiffres qui le composent de n rangs vers la gauche.
- Multiplier un nombre par 10^{-n} , c'est le rendre 10^n fois plus petit.
En pratique, cela revient à décaler les chiffres qui le composent de n rangs vers la droite.

✓ Exercice-type 8

Compléter les pointillés :

- $24 \times 10^4 = 240\,000$ • $547,261 \times 10^2 = 54\,726,1$ • $0,3572 \times 10^3 = 357,2$
- $243 \times 10^{-2} = 2,43$ • $5\,472,61 \times 10^{-3} = 5,47261$ • $3\,572 \times 10^{-5} = 0,03572$

IV. Ecriture scientifique d'un nombre

A. Définition

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ où :

a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$;

n est un nombre entier relatif

B. Remarque

Le nombre a comporte un seul chiffre non nul avant la virgule.

✓ Exercice-type 9

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

- L'écriture scientifique de 1 785 000 000 (1 milliard 785 millions) est $1,785 \times 10^9$.
- L'écriture scientifique de 0,000 028 est $2,8 \times 10^{-5}$.
- Le nombre 10×10^4 n'est pas en écriture scientifique puisque $a = 10$ et 10 est exclu.
L'écriture scientifique de 10×10^4 est 1×10^5 .
- Cas particulier : L'écriture scientifique du nombre 7 est 7×10^0 .